ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Ορισμοί

- $\alpha^\nu = \underbrace{\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\dots\cdot\alpha}_{\nu-\text{παράγοντες}}$
- $\alpha^0 = 1,\quad \alpha\neq 0$
- $\alpha^1 = \alpha$
- $\alpha^{-\nu} = \dfrac{1}{\alpha^\nu},\quad \alpha\neq 0$

Ιδιότητες

- $\alpha^\mu\cdot\alpha^\nu = \alpha^{\mu+\nu}$
- $\dfrac{\alpha^\mu}{\alpha^\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$
- $\alpha^\nu\cdot\beta^\nu = (\alpha\beta)^\nu$
- $\dfrac{\alpha^\nu}{\beta^\nu} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^\nu$
- $\left(\alpha^\mu\right)^\nu = \alpha^{\mu\nu}$
- $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^\nu$

ΑΠΟΛΥΤΑ

Ορισμός

$$|\alpha| = \begin{cases} \alpha, & \text{αν } \alpha\geq 0 \\ -\alpha, & \text{αν } \alpha<0 \end{cases}$$

Μερικές βασικές ιδιότητες

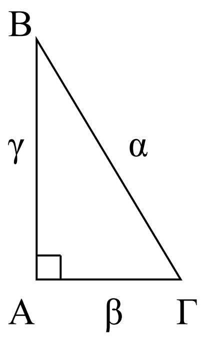
- $|\alpha|^2 = \alpha^2$
- $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$
- $|\alpha\beta| = |\alpha|\cdot|\beta|$
- $\left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right| = \dfrac{|\alpha|}{|\beta|}$
- $\big||\alpha|-|\beta|\big| \leq |\alpha+\beta| \leq |\alpha|+|\beta|$
- $|x| = \theta \Leftrightarrow x=\theta \text{ ή } x=-\theta,\quad \theta>0$
- $|x| = |\alpha| \Leftrightarrow x=\alpha \text{ ή } x=-\alpha,$
- $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta<x<\theta,\quad \theta>0$
- $|x| > \theta \Leftrightarrow x<-\theta \text{ ή } x>\theta,\quad \theta>0$

ΡΙΖΕΣ

Αν α,β≥0 τότε:

- $\sqrt[\nu]{\alpha^\nu} = \left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^\nu = \alpha$
- $\sqrt[1]{\alpha} = \alpha$
- $\sqrt[2]{\alpha} = \sqrt{\alpha}$
- $\sqrt[\nu]{\alpha}\cdot\sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha\beta}$
- $\dfrac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}} = \sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}}$
- $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu\nu]{\alpha}$
- $\sqrt[\nu\rho]{\alpha^{\mu\rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$
- $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ



Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ισχύει:

$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$

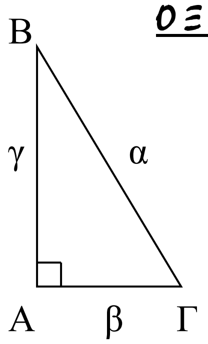
όπου:

α = ΒΓ: υποτείνουσα

β = ΑΓ: κάθετη πλευρά

γ = ΑΒ: κάθετη πλευρά

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΟΞΕΙΑΣ ΓΩΝΙΑΣ



Ημίτονο της γωνίας Β

$$\eta\mu B = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Συνημίτονο της γωνίας Β

$$\sigma\upsilon\nu B = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Εφαπτομένη της γωνίας Β

$$\varepsilon\varphi B = \frac{\text{απέναντη κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{\beta}{\gamma}$$

Συνεφαπτομένη της γωνίας Β

$$\sigma\varphi B = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}} = \frac{\gamma}{\beta}$$

Ανάλογα έχουμε:

$$\eta\mu\Gamma = \frac{\gamma}{\alpha},\ \sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{\beta}{\alpha},\ \varepsilon\varphi\Gamma = \frac{\gamma}{\beta},$$

$$\sigma\varphi\Gamma = \frac{\beta}{\gamma}$$

Βασικοί τριγωνομετρικοί τύποι:

- $\varepsilon\varphi B = \dfrac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B}$
- $\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = 1$

Τριγωνομετρικοί αριθμοί βασικών γωνιών (τόξων)

	ημ	συν	εφ	σφ
0^o (0rad)	0	1	0	—
30^o ($\frac{\pi}{6}$rad)	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45^o ($\frac{\pi}{4}$rad)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60^o ($\frac{\pi}{3}$rad)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90^o ($\frac{\pi}{2}$rad)	1	0	—	0

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Πρώτου βαθμού $(\alpha x + \beta = 0)$

1. Απαλείφουμε τους παρονομαστές
2. Απαλείφουμε τις παρενθέσεις
3. Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
4. Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων
5. Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου

Δεύτερου βαθμού $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma, \qquad x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

ν-οστού βαθμού

- $x^\nu = \alpha^\nu \Leftrightarrow x = \alpha$, όταν ν περιττός
- $x^\nu = \alpha^\nu \Leftrightarrow x = \alpha$ ή $x = -\alpha$, όταν ν άρτιος

ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΑΙ ΔΙΑΤΑΞΗ ΣΤΟ IR

- Αν $\alpha \geq \beta$ και $\beta \geq \gamma$ τότε $\alpha \geq \gamma$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma \geq \beta + \gamma$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma \geq \beta\gamma$, όταν $\gamma \geq 0$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma \leq \beta\gamma$, όταν $\gamma \leq 0$

- Αν $\alpha \geq \beta$ και $\gamma \geq \delta$ τότε $\alpha + \gamma \geq \beta + \delta$
- Αν $\alpha \geq \beta$ και $\gamma \geq \delta$ τότε $\alpha\gamma \geq \beta\delta$, όταν $\alpha, \beta, \gamma, \delta \geq 0$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu \geq \beta^\nu$, όταν $\alpha, \beta \geq 0$ και $\nu \in \mathbb{N}$
- $\dfrac{\alpha}{\beta} \geq 0 \Leftrightarrow (\alpha\beta \geq 0 \text{ και } \beta \neq 0)$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \dfrac{1}{\alpha} \leq \dfrac{1}{\beta}$, όταν $\alpha\beta > 0$

ΔΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΕΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

$(\alpha x^2 + \beta x + \gamma \geq 0)$

$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$

Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα Δ και:

- αν $\Delta > 0$ τότε x_1, x_2 ρίζες της f και:

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
f(x)	ομόσημο του α	0	ετερόσημο του α	0	ομόσημο του α

- αν $\Delta = 0$ τότε x_1 διπλή ρίζα της f και:

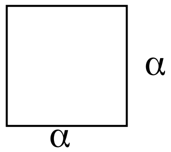
x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
f(x)	ομόσημο του α	0	ομόσημο του α

- αν $\Delta < 0$ τότε η f δεν έχει ρίζες και:

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	ομόσημο του α	

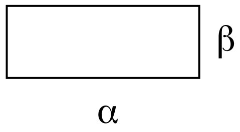
ΕΜΒΑΔΟΝ (Ε) ΚΑΙ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ (Π) ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Τετράγωνο



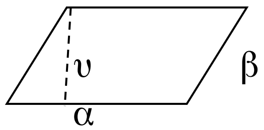
$E = \alpha^2$
$\Pi = 4\alpha$

Ορθογώνιο



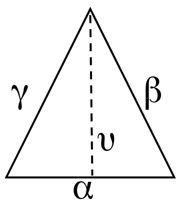
$E = \alpha\beta$
$\Pi = 2\alpha + 2\beta$

Πλάγιο παραλληλόγραμμο



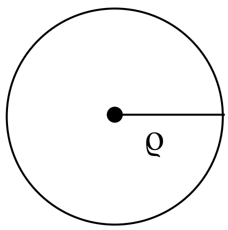
$E = \alpha\upsilon$
$\Pi = 2\alpha + 2\beta$

Τρίγωνο



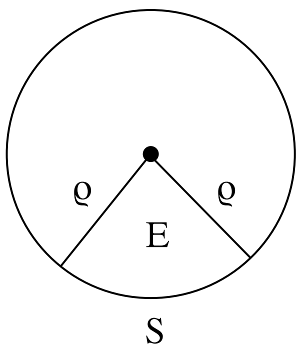
$E = \dfrac{\alpha \cdot \upsilon}{2}$
$\Pi = \alpha + \beta + \gamma$

Κύκλος



$E = \pi\rho^2$
$\Gamma = 2\pi\rho$
Γ: μήκος κύκλου

Κυκλικός τομέας

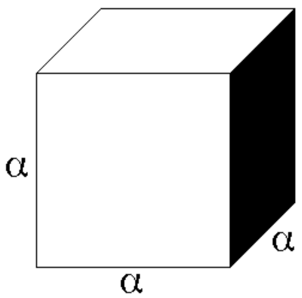


$E = \dfrac{\pi\rho^2\mu}{360} = \dfrac{1}{2}\alpha\rho^2$
$S = \dfrac{\pi\rho\mu}{180} = \alpha\rho$
μ: γωνία σε μοίρες
α: γωνία σε rad

ΟΓΚΟΙ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

V = όγκος,
$E_{ολ}$ = Εμβαδόν ολικής επιφάνειας,
$E_{π}$ = Εμβαδόν παράπλευρης ή κυρτής επιφάνειας,
$E_{β}$ = Εμβαδό βάσης

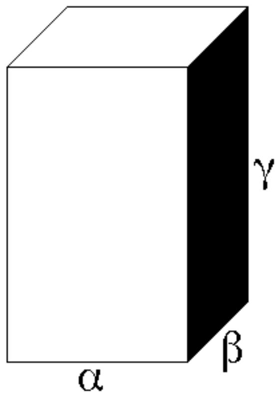
Κύβος



$V = α^3$

$E_{ολ} = 6α^2$

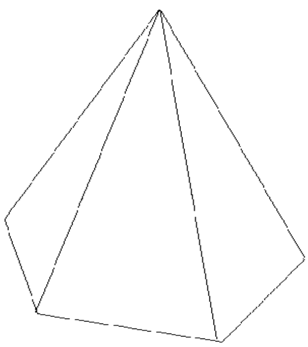
Ορθογώνιο Παραλληλεπίπεδο



$V = αβγ$

$E_{ολ} = 2(αβ+αγ+βγ)$

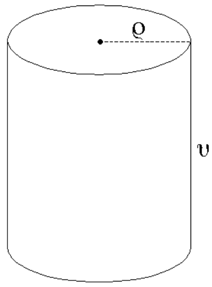
Πυραμίδα



$V = \frac{1}{3}E_{β}υ$

$E_{ολ} = E_{β} + E_{π}$

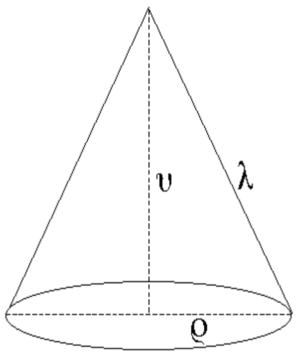
Κύλινδρος



$V = πρ^2υ$

$$\begin{aligned} E_{ολ} &= 2E_{β} + E_{π} \\ &= 2πρ^2 + 2πρυ \\ &= 2πρ(ρ+υ) \end{aligned}$$

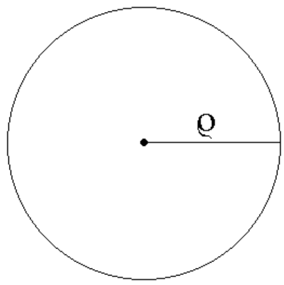
Κώνος



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}E_{β}υ \\ &= \frac{1}{3}πρ^2υ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{ολ} &= E_{β} + E_{π} \\ &= πρ^2 + πρλ \\ &= πρ(ρ+λ) \end{aligned}$$

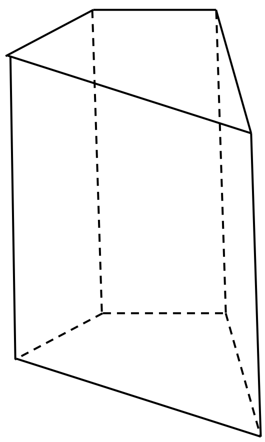
Σφαίρα



$V = \frac{4}{3}πρ^3$

$E = 4πρ^2$

Ορθό Πρίσμα



$V = E_{β}υ$

$E_{ολ} = 2E_{β} + E_{π}$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

- $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
- $(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
- $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) = \alpha^2 - \beta^2$
- $(\alpha+\beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
- $(\alpha-\beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
- $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$
- $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

Κοινός παράγοντας

π.χ. $\alpha x + \alpha y - \alpha\omega = \alpha(x + y - \omega)$

Ομαδοποίηση

π.χ.

$$\begin{aligned} \alpha x + \alpha y + \beta x + \beta y &= \alpha(x+y) + \beta(x+y) \\ &= (x+y)(\alpha+\beta) \end{aligned}$$

Διαφορά τετραγώνων

$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$

Ανάπτυγμα τετραγώνου, κύβου ή διάφορες άλλες ταυτότητες

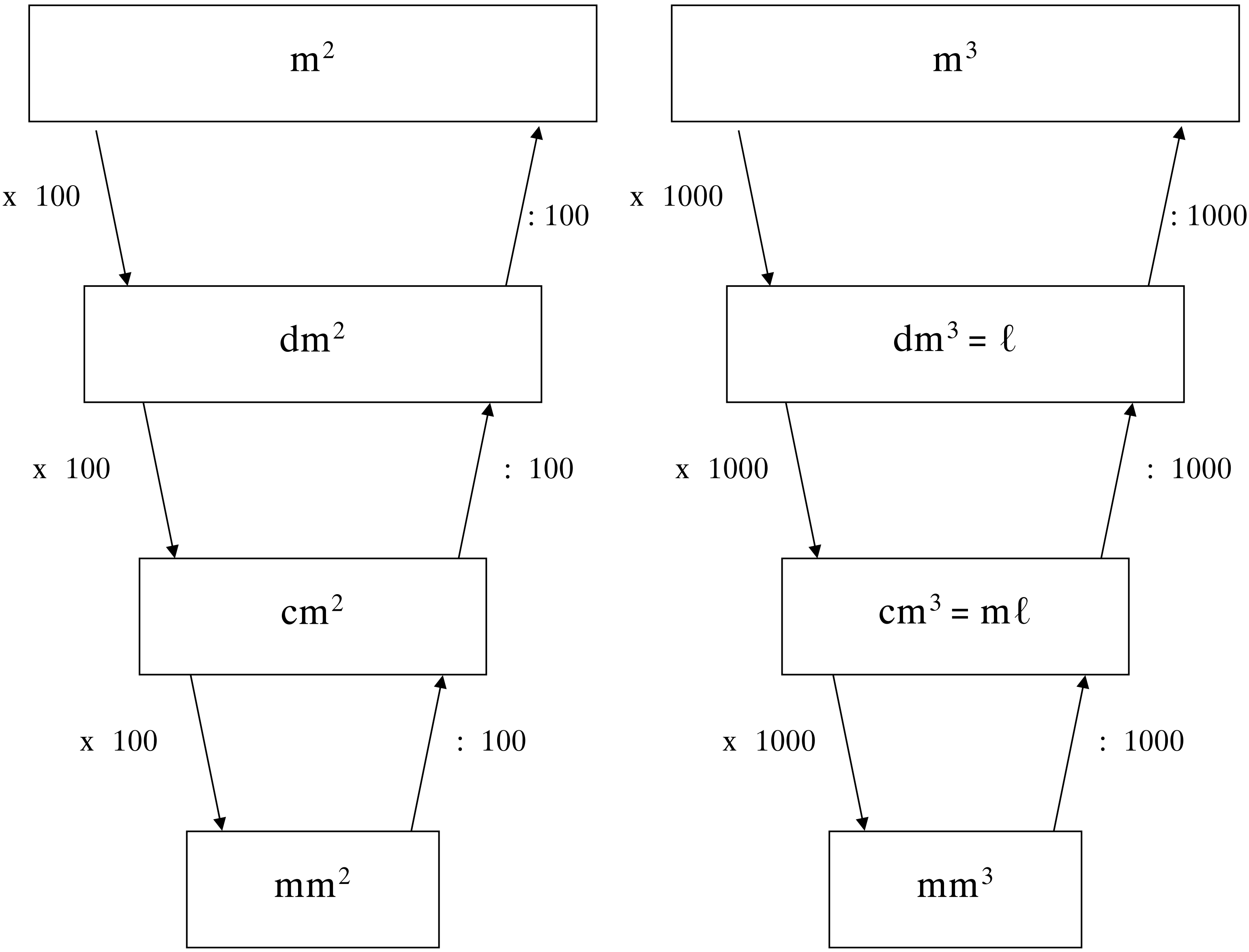
π.χ. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2$

Τριώνυμο

$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - x_1)(x - x_2)$, όπου x_1, x_2 ρίζες της $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

ΣΧΕΣΗ ΜΟΙΡΩΝ-ΑΚΤΙΝΙΩΝ

$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180}$, όπου μ η γωνία σε μοίρες και α η γωνία σε ακτίνια.



m²
x 100
: 100
dm²
x 100
: 100
cm²
x 100
: 100
mm²
m³
x 1000
: 1000
dm³ = ℓ
x 1000
: 1000
cm³ = mℓ
x 1000
: 1000
mm³