ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Ορισμοί

- $\alpha^{\nu} = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\nu-\text{παράγοντες}}$
- $\alpha^0 = 1, \quad \alpha \neq 0$
- $\alpha^1 = \alpha$
- $\alpha^{-\nu} = \dfrac{1}{\alpha^{\nu}}, \quad \alpha \neq 0$

Ιδιότητες

- $\alpha^{\mu} \cdot \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu+\nu}$
- $\dfrac{\alpha^{\mu}}{\alpha^{\nu}} = \alpha^{\mu-\nu}$
- $\alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu} = (\alpha\beta)^{\nu}$
- $\dfrac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}} = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu}$
- $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu\nu}$
- $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$

ΑΠΟΛΥΤΑ

Ορισμός

$$|\alpha| = \begin{cases} \alpha, & \text{αν } \alpha \geq 0 \\ -\alpha, & \text{αν } \alpha < 0 \end{cases}$$

Μερικές βασικές ιδιότητες

- $|\alpha|^2 = \alpha^2$
- $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$
- $|\alpha\beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$
- $\left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right| = \dfrac{|\alpha|}{|\beta|}$
- $\big||\alpha| - |\beta|\big| \leq |\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$
- $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta \text{ ή } x = -\theta, \quad \theta > 0$
- $|x| = |\alpha| \Leftrightarrow x = \alpha \text{ ή } x = -\alpha,$
- $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta, \quad \theta > 0$
- $|x| > \theta \Leftrightarrow x < -\theta \text{ ή } x > \theta, \quad \theta > 0$

ΡΙΖΕΣ

Αν α,β≥0 τότε:

- $\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}} = \left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^{\nu} = \alpha$
- $\sqrt[1]{\alpha} = \alpha$
- $\sqrt[2]{\alpha} = \sqrt{\alpha}$
- $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha\beta}$
- $\dfrac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}} = \sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}}$
- $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu\nu]{\alpha}$
- $\sqrt[\nu\rho]{\alpha^{\mu\rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$
- $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$

ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ (ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ)

Ορισμοί

- $\log_{\alpha}\theta = x \Leftrightarrow \alpha^x = \theta, \quad \alpha,\theta>0,\ \alpha\neq 1$
- $\log\theta = x \Leftrightarrow 10^x = \theta$
- $\ln\theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$

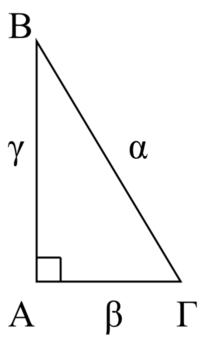
Συνέπειες του ορισμού

- $\log_{\alpha} 1 = 0$
- $\log_{\alpha}\alpha = 1$
- $\alpha^{\log_{\alpha}\theta} = \theta$
- $\log_{\alpha}\alpha^x = x$

Ιδιότητες

- $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha}\theta_1 + \log_{\alpha}\theta_2$
- $\log_{\alpha}\left(\dfrac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \log_{\alpha}\theta_1 - \log_{\alpha}\theta_2$
- $\log_{\alpha}\theta^{\varkappa} = \varkappa \cdot \log_{\alpha}\theta, \quad \varkappa \in \mathbb{R}$

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ



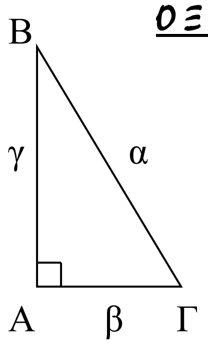
Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ισχύει:

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$$

όπου:

α = ΒΓ: υποτείνουσα
β = ΑΓ: κάθετη πλευρά
γ = ΑΒ: κάθετη πλευρά

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΟΞΕΙΑΣ ΓΩΝΙΑΣ



Ημίτονο της γωνίας Β

$$\eta\mu B = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Συνημίτονο της γωνίας Β

$$\sigma\upsilon\nu B = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Εφαπτομένη της γωνίας Β

$$\varepsilon\varphi B = \frac{\text{απέναντη κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{\beta}{\gamma}$$

Συνεφαπτομένη της γωνίας Β

$$\sigma\varphi B = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}} = \frac{\gamma}{\beta}$$

Ανάλογα έχουμε:

$$\eta\mu\Gamma = \frac{\gamma}{\alpha},\ \sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{\beta}{\alpha},\ \varepsilon\varphi\Gamma = \frac{\gamma}{\beta},$$

$$\sigma\varphi\Gamma = \frac{\beta}{\gamma}$$

Βασικοί τριγωνομετρικοί τύποι:

- $\varepsilon\varphi B = \dfrac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B}$
- $\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = 1$

Τριγωνομετρικοί αριθμοί βασικών γωνιών (τόξων)

	ημ	συν	εφ	σφ
0^o (0rad)	0	1	0	—
30^o ($\frac{\pi}{6}$rad)	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45^o ($\frac{\pi}{4}$rad)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60^o ($\frac{\pi}{3}$rad)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90^o ($\frac{\pi}{2}$rad)	1	0	—	0

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Πρώτου βαθμού $(\alpha x + \beta = 0)$

1. Απαλείφουμε τους παρονομαστές
2. Απαλείφουμε τις παρενθέσεις
3. Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους
4. Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων
5. Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου

Δεύτερου βαθμού $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma, \qquad x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

ν-οστού βαθμού

- $x^\nu = \alpha^\nu \Leftrightarrow x = \alpha$, όταν ν περιττός
- $x^\nu = \alpha^\nu \Leftrightarrow x = \alpha$ ή $x = -\alpha$, όταν ν άρτιος

Τριγωνομετρικές

- $\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \theta \\ \text{ή} \\ x = 2k\pi + (\pi - \theta) \end{cases},\ k \in \mathbb{Z}$

- $\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \theta \\ \text{ή} \\ x = 2k\pi - \theta \end{cases}, \ k \in \mathbb{Z}$
- $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta \Leftrightarrow x = k\pi + \theta, \quad k \in \mathbb{Z}$
- $\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta \Leftrightarrow x = k\pi + \theta, \quad k \in \mathbb{Z}$

ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΑΙ ΔΙΑΤΑΞΗ ΣΤΟ IR

- Αν $\alpha \geq \beta$ και $\beta \geq \gamma$ τότε $\alpha \geq \gamma$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma \geq \beta + \gamma$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma \geq \beta\gamma$, όταν $\gamma \geq 0$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma \leq \beta\gamma$, όταν $\gamma \leq 0$
- Αν $\alpha \geq \beta$ και $\gamma \geq \delta$ τότε $\alpha + \gamma \geq \beta + \delta$
- Αν $\alpha \geq \beta$ και $\gamma \geq \delta$ τότε $\alpha\gamma \geq \beta\delta$, όταν $\alpha, \beta, \gamma, \delta \geq 0$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu \geq \beta^\nu$, όταν $\alpha, \beta \geq 0$ και $\nu \in \mathbb{N}$
- $\frac{\alpha}{\beta} \geq 0 \Leftrightarrow (\alpha\beta \geq 0 \text{ και } \beta \neq 0)$
- $\alpha \geq \beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} \leq \frac{1}{\beta}$, όταν $\alpha\beta > 0$

ΔΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΕΣ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

$(\alpha x^2 + \beta x + \gamma \geq 0)$

$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$
Υπολογίζουμε τη διακρίνουσα Δ και:

- αν $\Delta > 0$ τότε x_1, x_2 ρίζες της f και:

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
f(x)	ομόσημο του α	0	ετερόσημο του α	0	ομόσημο του α

- αν $\Delta = 0$ τότε x_1 διπλή ρίζα της f και:

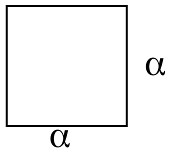
x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
f(x)	ομόσημο του α	0	ομόσημο του α

- αν $\Delta < 0$ τότε η f δεν έχει ρίζες και:

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	ομόσημο του α	

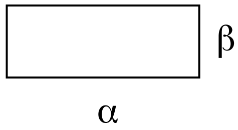
ΕΜΒΑΔΟ (Ε) ΚΑΙ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ (Π) ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Τετράγωνο



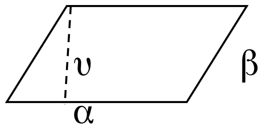
$E = \alpha^2$
$\Pi = 4\alpha$

Ορθογώνιο



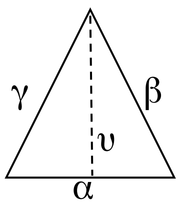
$E = \alpha\beta$
$\Pi = 2\alpha + 2\beta$

Πλάγιο παραλληλόγραμμο



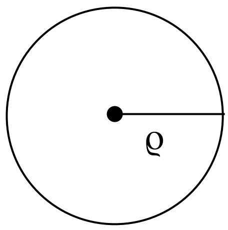
$E = \alpha\upsilon$
$\Pi = 2\alpha + 2\beta$

Τρίγωνο



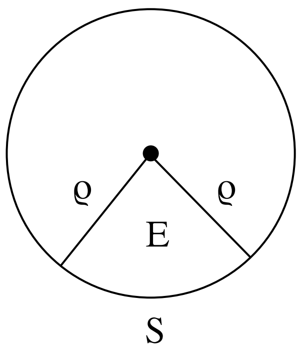
$E = \frac{\alpha \cdot \upsilon}{2}$
$\Pi = \alpha + \beta + \gamma$

Κύκλος



$E = \pi\rho^2$
$\Gamma = 2\pi\rho$
Γ: μήκος κύκλου

Κυκλικός τομέας

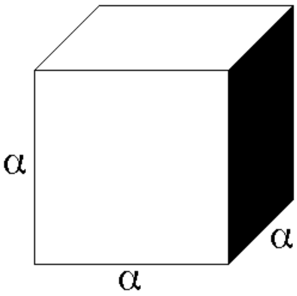


$E = \frac{\pi\rho^2\mu}{360} = \frac{1}{2}\alpha\rho^2$
$S = \frac{\pi\rho\mu}{180} = \alpha\rho$
μ: γωνία σε μοίρες
α: γωνία σε rad

<u>ΟΓΚΟΙ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΑ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ</u>

V = όγκος,
$E_{ολ}$ = Εμβαδόν ολικής επιφάνειας,
$E_π$ = Εμβαδόν παράπλευρης ή κυρτής επιφάνειας,
$E_β$ = Εμβαδό βάσης

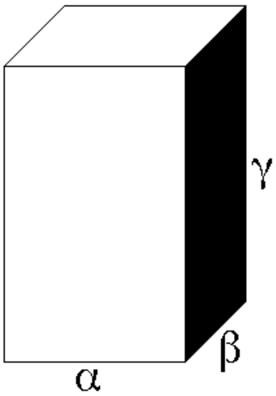
<u>Κύβος</u>



$V = α^3$

$E_{ολ} = 6α^2$

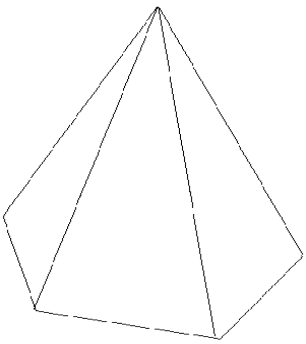
<u>Ορθογώνιο Παραλληλεπίπεδο</u>



$V = αβγ$

$E_{ολ} = 2(αβ+αγ+βγ)$

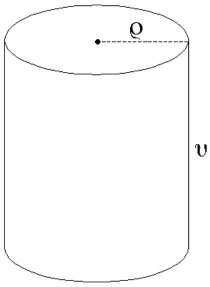
<u>Πυραμίδα</u>



$V = \frac{1}{3}E_β υ$

$E_{ολ} = E_β + E_π$

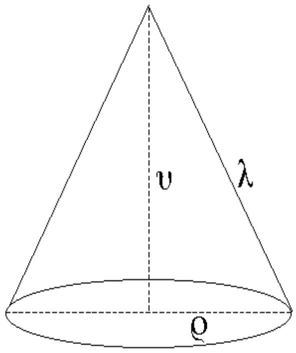
<u>Κύλινδρος</u>



$V = πρ^2υ$

$$\begin{aligned} E_{ολ} &= 2E_β + E_π \\ &= 2πρ^2 + 2πρυ \\ &= 2πρ(ρ+υ) \end{aligned}$$

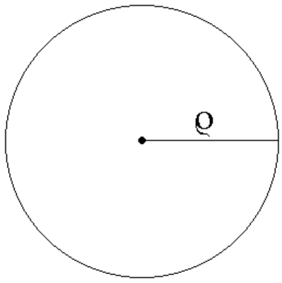
<u>Κώνος</u>



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}E_β υ \\ &= \frac{1}{3}πρ^2υ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{ολ} &= E_β + E_π \\ &= πρ^2 + πρλ \\ &= πρ(ρ+λ) \end{aligned}$$

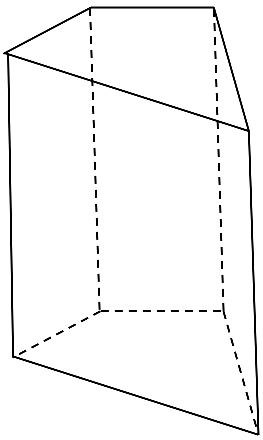
<u>Σφαίρα</u>



$V = \frac{4}{3}πρ^3$

$E = 4πρ^2$

<u>Ορθό Πρίσμα</u>



$V = E_β υ$

$E_{ολ} = 2E_β + E_π$

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

- $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$
- $(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$
- $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)=\alpha^2-\beta^2$
- $(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$
- $(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$
- $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$
- $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)$

ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

Κοινός παράγοντας

π.χ. $\alpha x+\alpha y-\alpha\omega=\alpha(x+y-\omega)$

Ομαδοποίηση

π.χ.

$$\alpha x+\alpha y+\beta x+\beta y=\alpha(x+y)+\beta(x+y)=(x+y)(\alpha+\beta)$$

Διαφορά τετραγώνων

$\alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$

Ανάπτυγμα τετραγώνου, κύβου ή διάφορες άλλες ταυτότητες

π.χ. $\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2$

Τριώνυμο

$\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$, όπου x_1,x_2 ρίζες της $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$

Πολυώνυμο

$P(x)=(x-x_1)\cdot Q(x)$, όπου x_1 ρίζα του $P(x)$. (Διαίρεση πολυωνύμων, σχήμα Horner, ...)

ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

- $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}$, πρέπει $h(x)\neq 0$
- $f(x)=\sqrt[\nu]{g(x)}$, πρέπει $g(x)\geq 0$
- $f(x)=\alpha^{g(x)}$, πρέπει $\alpha>0$ (εκτός ύλης)
- $f(x)=\log_\alpha g(x)$, πρέπει $\alpha>0$, $\alpha\neq 1$ και $g(x)>0$ (εκτός ύλης)
- $f(x)=\varepsilon\varphi x$, πρέπει $\sigma\upsilon\nu x\neq 0$
- $f(x)=\sigma\varphi x$, πρέπει $\eta\mu x\neq 0$

ΟΡΙΑ

Ιδιότητες

Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)=\ell_1$ και $\lim\limits_{x\to x_o} g(x)=\ell_2$ με $\ell_1,\ell_2\in\mathbb{R}$ τότε:

1. $\lim\limits_{x\to x_o}[f(x)\pm g(x)]=\ell_1\pm\ell_2$
2. $\lim\limits_{x\to x_o}[f(x)\cdot g(x)]=\ell_1\cdot\ell_2$
3. $\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\ell_1}{\ell_2}$, $\ell_2\neq 0$
4. $\lim\limits_{x\to x_o}|f(x)|=|\ell_1|$
5. $\lim\limits_{x\to x_o}[f(x)]^\nu=\ell_1{}^\nu$, $\nu\in\mathbb{N}^*$
6. $\lim\limits_{x\to x_o}\sqrt[\nu]{f(x)}=\sqrt[\nu]{\ell_1}$, $\nu\in\mathbb{N}$ με $\nu\geq 2$

   όπου $f(x)\geq 0$ σε μια περιοχή του x_o

Όριο πηλίκου $\left(\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)$

- Αν $\lim\limits_{x\to x_o} g(x)\neq 0$ τότε υπολογίζουμε το όριο χωρίς πρόβλημα
- Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)=\lim\limits_{x\to x_o} g(x)=0$ και f,g πολυώνυμα, τότε παραγοντοποιούμε για να διαγράψουμε τον παράγοντα $(x-x_o)$
- Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)=\lim\limits_{x\to x_o} g(x)=0$ και είτε η f είτε η g περιέχει ριζικά, τότε πολλαπλασιάζουμε με τη συζυγή παράσταση

ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

$$\lim_{x\to x_o} f(x) = f(x_o),\quad x_o\in D_f$$

Βασικές συνεχείς συναρτήσεις

- Πολυωνυμικές

  $f(x) = \alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_o$

  και λόγω σύνθεσης (αν g συνεχής)

  $f(g(x)) = \alpha_\nu (g(x))^\nu + \dots + \alpha_1 g(x) + \alpha_o$
- Ρητές $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$, P,Q πολυώνυμα

  και λόγω σύνθεσης (αν g συνεχής)

  $f(g(x)) = \dfrac{P(g(x))}{Q(g(x))}$
- Ριζικά $f(x) = \sqrt[\nu]{x}$
- Εκθετικές $f(x) = \alpha^x$ και

  ……………………… $f(g(x)) = \alpha^{g(x)}$ (εκτός ύλης)
- Λογαριθμικές $f(x) = \log_\alpha x$ και

  ………… $f(g(x)) = \log_\alpha g(x)$ (εκτός ύλης)
- Τριγωνομετρικές $f_1(x) = \eta\mu x$,

  $f_2(x) = \sigma\upsilon\nu x$, $f_3(x) = \varepsilon\varphi x$,

  $f_4(x) = \sigma\varphi x$ και ……………………………

  $f_1(g(x)) = \eta\mu(g(x))$,

  $f_2(g(x)) = \sigma\upsilon\nu(g(x))$,

  $f_3(g(x)) = \varepsilon\varphi(g(x))$,

  $f_4(g(x)) = \sigma\varphi(g(x))$

Από θεώρημα, η σύνθεση συνεχών είναι συνεχής συνάρτηση.

Ιδιότητες

Αν f,g συνεχείς στο x_o τότε:

1. $h(x) = f(x) \pm g(x)$ συνεχής στο x_o
2. $h(x) = \kappa\cdot f(x)$ συνεχής στο x_o, $\kappa\in\mathbb{R}$
3. $h(x) = f(x)\cdot g(x)$ συνεχής στο x_o
4. $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ συνεχής στο x_o, $g(x)\neq 0$
5. $h(x) = |f(x)|$ συνεχής στο x_o
6. $h(x) = \sqrt[\nu]{f(x)}$ συνεχής στο x_o, $f(x)\geq 0$

ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

$$f'(x_o) = \lim_{x\to x_o}\frac{f(x_o+h)-f(x_o)}{h},\quad x_o\in D_f$$

Κανόνες παραγώγισης

- $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$
- $(c\cdot f)'(x) = c\cdot f'(x)$
- $(f\cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x) = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$
- $(gof)'(x) = g'(f(x))\cdot f'(x)$

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΟΠΟΙΑΣΔΗΠΟΤΕ ΓΩΝΙΑΣ

Αν Μ(x,y) σημείο διαφορετικό του Ο(0.0) και $\omega = x\hat{O}M$ τότε:

$\eta\mu\omega = \dfrac{y}{\varrho}$, $\sigma\upsilon\nu\omega = \dfrac{x}{\varrho}$, $\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{y}{x}$ με $x\neq 0$,

$\sigma\varphi\omega = \dfrac{x}{y}$ με $y\neq 0$, όπου $\varrho = \sqrt{x^2+y^2} > 0$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ - ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ημ(2κπ+ω) = ημω	συν(2κπ+ω) = συνω
εφ(κπ+ω) = εφω	σφ(κπ+ω) = σφω
ημ(−ω) = −ημω	συν(−ω) = συνω
εφ(−ω) = −εφω	σφ(−ω) = −σφω
ημ(π−ω) = ημω	συν(π−ω) = −συνω
εφ(π−ω) = −εφω	σφ(π−ω) = −σφω
ημ(π+ω) = −ημω	συν(π+ω) = −συνω
εφ(π+ω) = εφω	σφ(π+ω) = σφω
$\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right) = \sigma\upsilon\nu\omega$	$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right) = \eta\mu\omega$
$\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right) = \sigma\varphi\omega$	$\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right) = \varepsilon\varphi\omega$

ΣΧΕΣΗ ΜΟΙΡΩΝ-ΑΚΤΙΝΙΩΝ

$\dfrac{\alpha}{\pi} = \dfrac{\mu}{180}$, όπου μ η γωνία σε μοίρες και α η γωνία σε ακτίνια.

Παράγωγοι βασικών συναρτήσεων

$(c)' = 0$

$(x)' = 1$

$(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$

$$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

$(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

$$(\varepsilon\varphi x)' = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

$$(\sigma\varphi x)' = -\frac{1}{\eta\mu^2 x}$$

$(e^x)' = e^x$ (εκτός ύλης)

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $x>0$ (εκτός ύλης)

Παράγωγοι σύνθετων μορφών

$$\boxed{\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x))\cdot g'(x)}$$

$$\left[(f(x))^{\alpha}\right]' = \alpha\cdot(f(x))^{\alpha-1}\cdot f'(x)$$

$$\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}\cdot f'(x)$$

$$(\eta\mu f(x))' = \sigma\upsilon\nu f(x)\cdot f'(x)$$

$$(\sigma\upsilon\nu f(x))' = -\eta\mu f(x)\cdot f'(x)$$

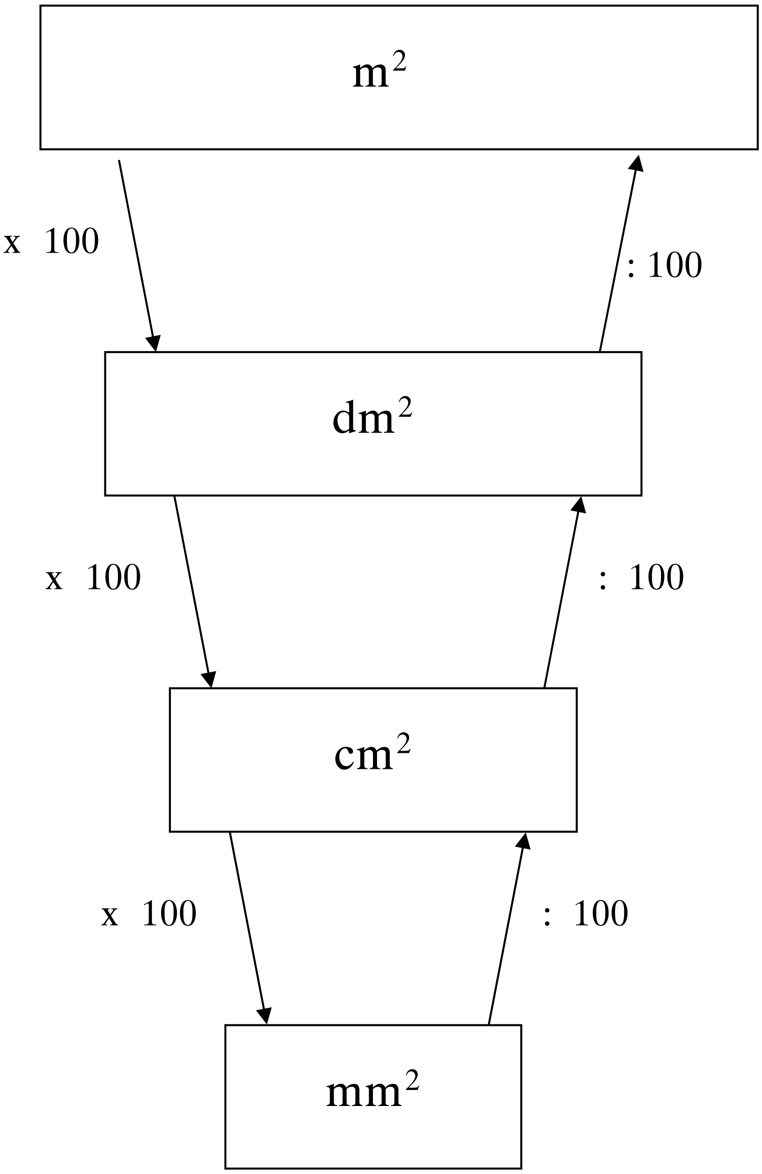
$$(\varepsilon\varphi f(x))' = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 f(x)}\cdot f'(x)$$

$$(\sigma\varphi f(x))' = -\frac{1}{\eta\mu^2 f(x)}\cdot f'(x)$$

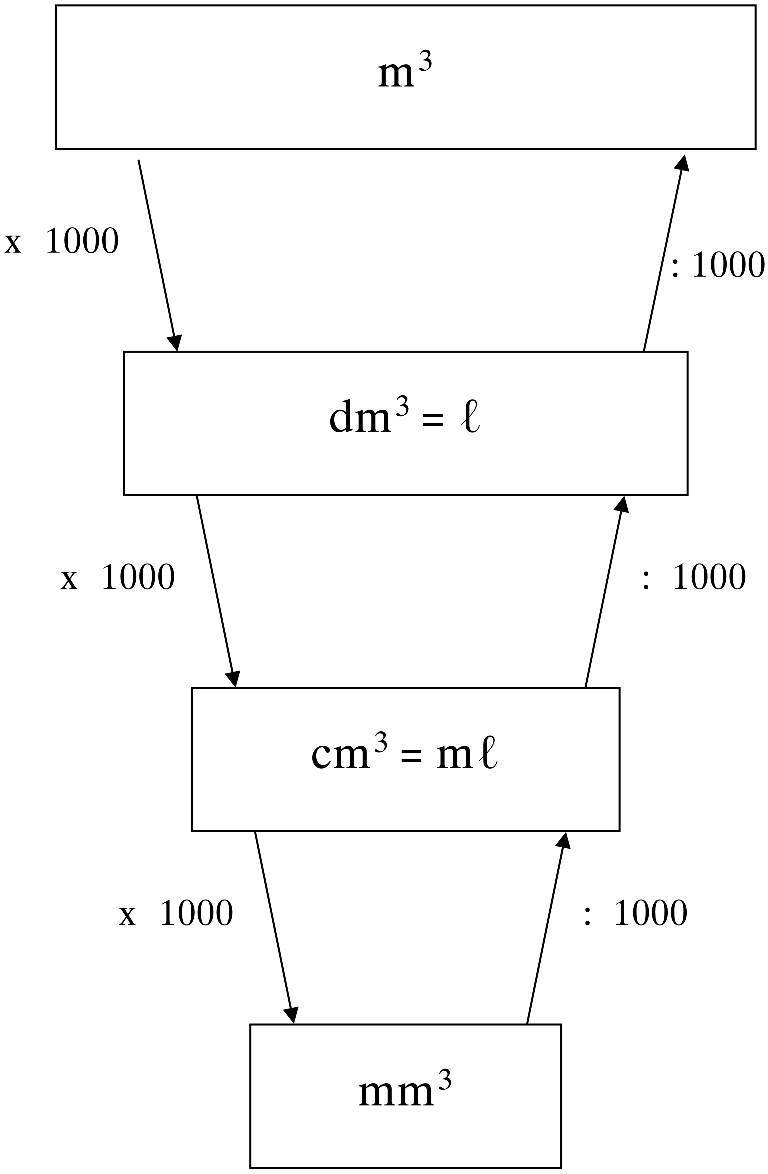
$\left(e^{f(x)}\right)' = e^{f(x)}\cdot f'(x)$ (εκτός ύλης)

$(\ln(f(x)))' = \frac{1}{f(x)}\cdot f'(x)$, $f(x)>0$

(εκτός ύλης)



m²
x 100
: 100
dm²
x 100
: 100
cm²
x 100
: 100
mm²



m³
x 1000
: 1000
dm³ = ℓ
x 1000
: 1000
cm³ = mℓ
x 1000
: 1000
mm³