

## Άσκηση

Δίνονται τα τριώνυμα

$$9x^2 - 12x + 4 \quad \text{και} \quad -3x^2 + 8x - 4.$$

Α) Να τα παραγοντοποιήσετε.

Β) Βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A = \sqrt{-3x^2 + 8x - 4}$ .

Γ) Βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση

$$B = \frac{9x^2 - 12x + 4}{-3x^2 + 8x - 4}$$

και στη συνέχεια να την απλοποιήσετε.

Δ) Βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ισχύει η ισότητα  $B = 0$ .

*(Η απάντηση είναι στην πίσω σελίδα)*

### Απάντηση

**A)**

$$9x^2 - 12x + 4$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 9 & \Delta &= \beta^2 - 4\alpha\gamma \\ \beta &= -12 & &= (-12)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 \\ \gamma &= 4 & &= 144 - 144 \\ & & &= 0 \end{aligned}$$

Συνεπώς, το τριώνυμο έχει μία ρίζα την

$$x_1 = -\frac{\beta}{2\alpha} = \frac{12}{2 \cdot 9} = \frac{2}{3}$$

και παραγοντοποιείται ως εξής

$$9x^2 - 12x + 4 = 9\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = (3x - 2)^2$$

$$-3x^2 + 8x - 4$$

$$\begin{aligned} \alpha &= -3 & \Delta &= \beta^2 - 4\alpha\gamma \\ \beta &= 8 & &= 8^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-4) \\ \gamma &= -4 & &= 64 - 48 \\ & & &= 16 > 0 \end{aligned}$$

Συνεπώς, το τριώνυμο έχει δύο ρίζες τις

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-8 \pm 4}{-6} \begin{cases} x_1 = \frac{-8 + 4}{-6} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{-8 - 4}{-6} = \frac{-12}{-6} = 2 \end{cases}$$

και παραγοντοποιείται ως εξής

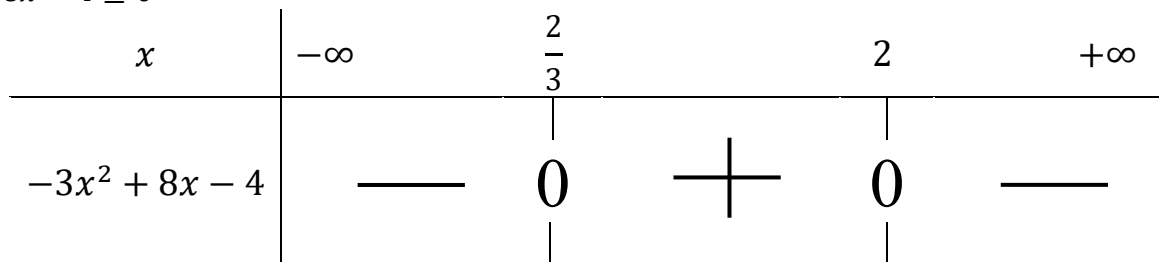
$$-3x^2 + 8x - 4 = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)(x - 2) = -(3x - 2)(x - 2)$$

**B)**

$$A = \sqrt{-3x^2 + 8x - 4}$$

Η παράσταση στο υπόριζο θα πρέπει να είναι μη αρνητική, δηλ.

$$-3x^2 + 8x - 4 \geq 0$$



Επομένως,

$$x \in \left[\frac{2}{3}, 2\right]$$

**Γ)**

$$B = \frac{9x^2 - 12x + 4}{-3x^2 + 8x - 4}$$

Θα πρέπει ο παρονομαστής να είναι διαφορετικός του μηδενός:

$$-3x^2 + 8x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{2}{3} \text{ και } x \neq 2$$

Απλοποιείται ως εξής:

$$B = \frac{9x^2 - 12x + 4}{-3x^2 + 8x - 4} = \frac{(3x - 2)^2}{-(3x - 2)(x - 2)} = -\frac{3x - 2}{x - 2}$$

Δ)

$$B = 0 \Leftrightarrow -\frac{3x - 2}{x - 2} = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ απορρίπτεται}$$

Σημείωση: Αν θέλαμε να λύσουμε την εξίσωση  $B = 1$ , τότε

$$\begin{aligned} B = 1 &\Leftrightarrow -\frac{3x - 2}{x - 2} = 1 \Leftrightarrow \frac{3x - 2}{x - 2} = -1 \Leftrightarrow 3x - 2 = -x + 2 \Leftrightarrow 3x + x = 2 + 2 \\ &\Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{4}{4} \Leftrightarrow x = 1 \text{ δεκτή} \end{aligned}$$